

Upotreba programa Mathematica pri izračunavanju neodređenih integrala

Funkciju koju želimo integrirati možemo definirati na sljedeći način:

$$f[x_]:=$$

Primjer 1:

$$f[x_]:=Sin [x]$$

Funkciju integriramo naredbom:

$$Integrate[f[x], x]$$

koja izračunava neodređeni integral funkcije f, odnosno njezinu primitivnu funkciju.

Primjer 2:

$$f[x_]:=Sin [x]$$

$$Integrate[f[x],x]$$

i nakon istovremenog pritiska na tipke **Shift** i **Enter** dobivamo rješenje tj.

$$-Cos[x]$$

Funkciju ne moramo definirati posebno, jednostavno unesemo naredbu **Integrate** s eksplicitno zadanom funkcijom.

Primjer 3: unosimo

$$Integrate[x^2,x] \quad (\text{pritisnite Shift i Enter})$$

i dobivamo:

$$\frac{x^3}{3}$$

Koristeći naredbu za deriviranje tj. **D[f[x], x]** lako provjerimo jesmo li zaista dobili dobro rješenje.

Primjer 4: upišite

$$Integrate[Exp[x] + 4x^3 + Tan[x],x] \quad (\text{pritisnite Shift i Enter})$$

(napomena: Exp[x] označava eksponencijalnu funkciju)
Dobivamo

$$e^x + x^4 - Log[Cos [x]] \quad (*)$$

Taj izraz bi sada htjeli derivirati. Iskoristit ćemo činjenicu da simbol % u Matematici znači "zadnji dobiveni izraz". Upišite

D[% ,x] (pritisnite Shift i Enter)

što znači "deriviraj zadnji dobiveni izraz po x" a u našem slučaju je to baš (*). Dobiva se

$$e^x + 4x^3 + \text{Tan}[x]$$

što je točno naša podintegralna funkcija.

Matematika neće nužno vratiti podintegralnu funkciju u istom obliku.

Primjer 5:

Upišite

f[x_]:= (x^3 - 1) / (4x^3 - x) (pritisnite Shift + Enter)

Integrate[f[x], x] (pritisnite Shift + Enter)

Dobili smo sljedeći izraz

$$\frac{x}{4} + \text{Log}[x] - \frac{7}{16} \text{Log}[-1 + 2x] - \frac{9}{16} \text{Log}[1 + 2x]$$

(napomena: u Mathematici Log znači ln)

Derivirajmo gornji izraz da vidimo hoćemo li dobiti podintegralnu funkciju:

Upišite

D[% , x] (pritisnite Shift + Enter)

Dobiva se

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{x} - \frac{7}{8(-1 + 2x)} - \frac{9}{8(1 + 2x)} (**)$$

Uočimo da je gornji izraz rastav podintegralne funkcije na parcijalne razlomke.

Ako zbrojimo ove sumande, dobit ćemo podintegralnu funkciju. Pritom koristimo naredbu **Simplify**, ponovno uz upotrebu naredbe % (koja sada ima vrijednost (**)):

Upišite

Simplify[%] (pritisnite Shift + Enter)

Dobit ćemo

$$\frac{1 - x^3}{x - 4x^3}$$

Primjer 6: budući da neodređeni integral funkcije zadane pomoću elementarnih funkcija ne mora nužno i sam biti kombinacija elementarnih funkcija, može se dogoditi sljedeće:

Upišite

`Integrate[Sin[Sin[x]], x]` (pritisnite Shift + Enter)

Odgovor će biti

$$\int \text{Sin}[\text{Sin}[x]] dx$$

jer taj integral nije rješiv preko elementarnih funkcija.